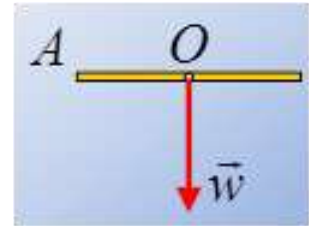


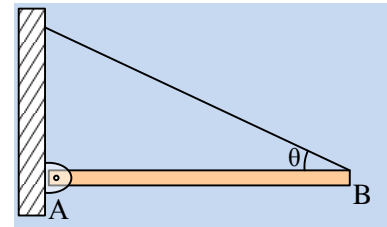
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ:
ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΚΑΙ ΡΟΠΕΣ

Σ' ένα στερεό ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις. Όταν το στερεό ισορροπεί, δηλαδή **ισχύει** ότι $\vec{\Sigma F} = 0$ και **δεν** περιστρέφεται τότε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών είναι μηδέν $\Sigma \tau = 0$, **ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου των δυνάμεων** (άρα μπορώ να πάρω τη σχέση $\Sigma \tau = 0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου)

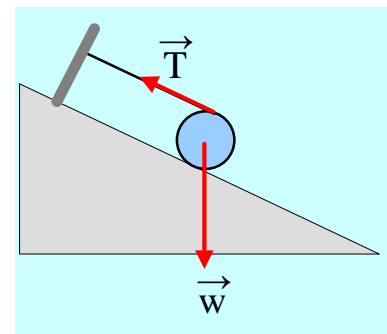
Αν όμως το στερεό **δεν** ισορροπεί μεταφορικά, δηλαδή $\vec{\Sigma F} \neq 0$, τότε για να **μην** περιστρέφεται πρέπει να εξασφαλίσω ότι $\Sigma \tau = 0$, **αποκλειστικά ως προς το κέντρο μάζας ΚΜ** (δηλαδή οι ροπές πρέπει να υπολογιστούν υποχρεωτικά ως προς το ΚΜ). Με άλλα λόγια, μπορεί ως προς σημείο διάφορο του ΚΜ να ισχύει $\Sigma \tau \neq 0$ και το στερεό να μην περιστρέφεται, π.χ: ράβδος αφήνεται οριζόντια από την ηρεμία και δέχεται μόνο το βάρος της, δηλαδή εκτελεί επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση, χωρίς βέβαια, να στρέφεται. Τότε ισχύει: $\Sigma \tau_{(O)} = 0$, αλλά προφανώς $\Sigma \tau_{(A)} \neq 0$



- 1) Η ομογενής ράβδος του σχήματος ισορροπεί δεμένη με νήμα που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ με αυτή. α) Να δείξετε ότι η δύναμη \vec{F} από την άρθρωση στο άκρο Α, σχηματίζει επίσης γωνία 30° με τη ράβδο β) Να δείξετε ότι η ροπή της δύναμης F από την άρθρωση ως προς το άκρο Β είναι ίση με $\tau_{F(B)} = -W \frac{L}{2}$

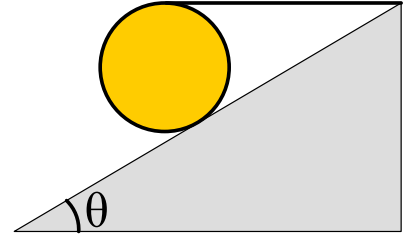


- 2) Ο κύλινδρος του σχήματος ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο δεμένος με νήμα παράλληλο στο επίπεδο. Να δείξετε ότι το μέτρο της τάσης του νήματος είναι ίσο με: $T = \frac{W_x}{2}$

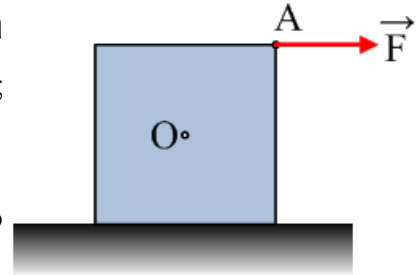


- 3) Ομογενής σφαίρα βάρους W ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ δεμένη, με **οριζόντιο** νήμα, όπως στο σχήμα. Να δείξετε ότι η σφαίρα δέχεται στατική τριβή με φορά προς τα πάνω και μέτρο ίσο με:

$$T_{\sigma\tau} = W \frac{\eta\mu\theta}{1 + \sigma\upsilon\nu\theta}$$



- 4) Ο κύβος του σχήματος έχει ακμή a και βάρος \vec{W} . Υπό την επίδραση της οριζόντιας δύναμης \vec{F} , εκτελεί μεταφορική κίνηση, κατά μήκος του **λείου** οριζώντιου επιπέδου.



- α) Να αιτιολογήσετε γιατί ο φορέας της κάθετης αντίδρασης από το έδαφος \vec{N} δε διέρχεται από το κέντρο μάζας O .

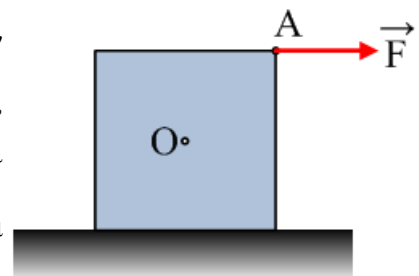
- β) Να εκφράσετε σε συνάρτηση με τα W , F , a την απόσταση x του φορέα της \vec{N} από το κέντρο μάζας

$$(\text{Απάντηση: } x = \frac{Fa}{2W})$$

- γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της F που μπορεί να ασκείται στο A , χωρίς ο κύβος ν' ανατραπεί

$$(\text{Απάντηση: } F = W)$$

- 5) Ο κύβος του σχήματος έχει ακμή a και βάρος \vec{W} . Υπό την επίδραση της οριζόντιας δύναμης \vec{F} , εκτελεί μεταφορική κίνηση, κατά μήκος του οριζώντιου επιπέδου με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = \mu_s$. Αν $F = \frac{3W}{4}$, να βρεθούν οι τιμές του $\mu = \mu_s$ για τις οποίες ο κύβος δεν ανατρέπεται.



$$(\text{Απάντηση: } \mu \leq \frac{1}{4})$$

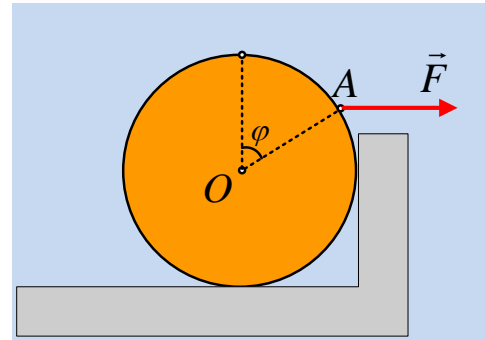
- 6) Ο κύβος του παρακάτω σχήματος ισορροπεί με τον άξονά του οριζόντιο. Το κατακόρυφο σκαλοπάτι είναι λείο, ύψους $h > R$, ενώ με το οριζόντιο δάπεδο εμφανίζει συντελεστή οριακής τριβής μ_s . Ασκούμε οριζόντια δύναμη \vec{F} , μέτρου $F = \frac{3W}{4}$ στο σημείο A , όπου η ακτίνα OA σχηματίζει γωνία ϕ με την

κατακόρυφη.

- α) Να δείξετε ότι το μέτρο της οριζόντιας δύναμης \vec{F}_1 που δέχεται ο κύλινδρος από το σκαλοπάτι έχει μέτρο:

$$F_1 = \frac{3}{4}W(1 + \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

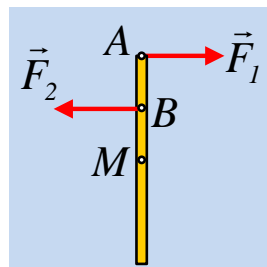
- β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και οριζόντιου δαπέδου, ώστε να εξασφαλίζεται η ισορροπία του κυλίνδρου



(Απ: $\mu_s \geq \frac{3}{4}\sigma\upsilon\nu\varphi$)

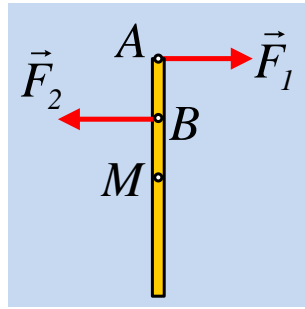
ΖΕΥΓΟΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Σύστημα δύο **αντιθέτων** δυνάμεων, διαφορετικού φοράς: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, οπότε: $F_1 = F_2$



Χαρακτηριστικά ενός ζεύγους δυνάμεων:

- A) Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η **ΙΔΙΑ**, με μέτρο **διάφορο του μηδενός**, ως προς **οποιοδήποτε** σημείο του επιπέδου των δυνάμεων.
- B) Το μηχανικό αποτέλεσμα ενός ζεύγους δυνάμεων **δεν** μπορεί να το προκαλέσει **ΜΙΑ** δύναμη, ούτε φυσικά η μηδενική. Όταν ζεύγος δυνάμεων ασκείται σε **ελεύθερο** στερεό, τότε το στερεό εκτελεί **περιστροφική** κίνηση γύρω από **νοητό** άξονα που **διέρχεται από το ΚΜ** του.
- 7) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ομογενής ράβδος. Κάποια στιγμή ασκούμε στο άκρο A και στο μέσο B του τμήματος MA, όπου M το μέσο της ράβδου, δύο αντίθετες δυνάμεις $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ με $F_1 = F_2 = F$.



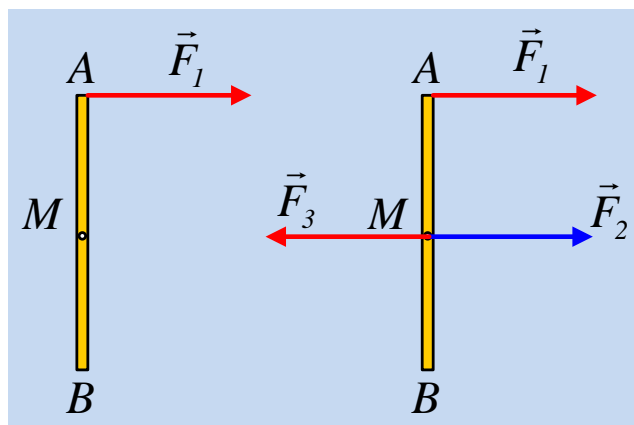
A) Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) τις επόμενες προτάσεις:

- i) Η ράβδος θα παραμείνει ακίνητη
- ii) Το μέσο της M θα παραμείνει ακίνητο

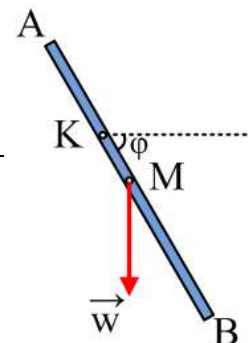
B) Να αιτιολογήσετε γιατί μια τρίτη δύναμη \vec{F}_3 , **οποιουδήποτε μέτρου**, δε μπορεί να ισορροπήσει τη ράβδο.

8) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ομογενής ράβδος. Κάποια στιγμή ασκούμε στο άκρο της A, δύναμη \vec{F}_1 , κάθετη στη ράβδο. Τι είδους κίνηση θα εκτελέσει η ράβδος; Να αιτιολογήσετε την κίνηση αυτή, ως αποτέλεσμα επίδρασης στη ράβδο ενός ζεύγους δυνάμεων και μιας δύναμης. Ποιες δυνάμεις **επιπλέον** της \vec{F}_1 , θα ασκηθούν στη ράβδο και σε ποια σημεία της;

Απάντηση: Στο μέσο της M, δύο αντίθετες δυνάμεις $\vec{F}_2 = -\vec{F}_3$ με μέτρα: $F_2 = F_3 = F_1$



9) Ομογενής ράβδος AB μάζας m στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από



οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο K, όπου $(KM) = \frac{L}{4}$. Κάποια στιγμή η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Εκείνη τη στιγμή έχει γωνιακή ταχύτητα ω και γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\omega}$. Η δύναμη που ασκεί ο άξονας στη ράβδο:

A) Εφόσον η δύναμη του άξονα δε δημιουργεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής, θα είναι αντίθετη του βάρους $\vec{F} = -\vec{W}$, κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω

B) Προκύπτει ως άθροισμα δύο κάθετων συνιστωσών $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ όπου

η \vec{F}_x είναι στη διεύθυνση της ράβδου με φορά προς το A και μέτρο:

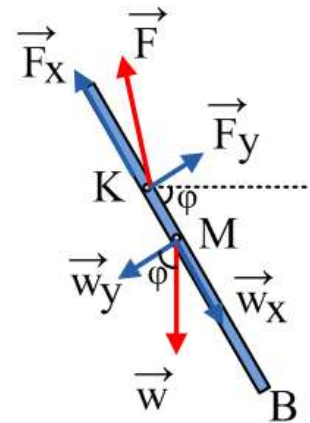
$$F_x = W\eta\mu\varphi + m\omega^2 \frac{L}{4} \quad \text{ενώ η } \vec{F}_y \text{ είναι κάθετη στη ράβδο με φορά}$$

αντίθετη της ταχύτητας του M και μέτρο: $F_y = W\sigma\upsilon\nu\varphi - m\alpha_{\gamma\omega\omega} \frac{L}{4}$

Απάντηση: (B) Πρέπει $\vec{\Sigma F} = m\vec{a}_{cm} \Rightarrow \vec{\Sigma F} = m(\vec{a}_K + \vec{a}_\varepsilon)$. Οπότε:

$$\vec{\Sigma F}_x = \vec{F}_x + \vec{W}_x = m\vec{a}_k \Rightarrow F_x - W_x = ma_k \Rightarrow F_x = W\eta\mu\varphi + m\omega^2 \frac{L}{4} \quad \text{και}$$

$$\vec{\Sigma F}_y = \vec{F}_y + \vec{W}_y = m\vec{a}_\varepsilon \Rightarrow W_y - F_y = ma_\varepsilon \Rightarrow F_y = W\sigma\upsilon\nu\varphi - m\alpha_{\gamma\omega\omega} \frac{L}{4}$$



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Θοδωρής Παπαγουρτίδης